

VIII. LA CONJETURA DE COLLATZ

Otros algoritmos para las secuencias.

Miguel Cerdá Bennassar – Diciembre 2020

ALGORITMO 1:

Podemos elegir cualquier elemento de a, b, c y aplicarle una de las siguientes operaciones:

Si es un número de a, multiplicar por 3 y sumar 1 al resultado. $3a+1$

Si es un número de b, restar 1 y dividir entre 4 el resultado. $(b-1)/4$

Si es un número de c, multiplicar por 6 y sumar 2 al resultado. $6c+2$

Repitiendo el mismo proceso con cada nuevo resultado, la secuencia acabará siempre en el cero.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	...
a) $2n$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	...
b) $2n-1$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	...
c) $n-1/2$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	...

Un ejemplo empezando con el número 51:

La secuencia obtenida: 51, 12.5, 77, 19, 4.5, 29, 7, 1.5, 11, 2.5, 17, 4, 13, 3, 0.5, 5, 1, 0.

Cálculos realizados:

$(51 - 1) / 4 = 12.5$
 $(12.5 \times 6) + 2 = 77$
 $(77 - 1) / 4 = 19$
 $(19 - 1) / 4 = 4.5$
 $(4.5 \times 6) + 2 = 29$
 $(29 - 1) / 4 = 7$
 $(7 - 1) / 4 = 1.5$
 $(1.5 \times 6) + 2 = 11$
 $(11 - 1) / 4 = 2.5$
 $(2.5 \times 6) + 2 = 17$
 $(17 - 1) / 4 = 4$
 $(4 \times 3) + 1 = 13$
 $(13 - 1) / 4 = 3$
 $(3 - 1) / 4 = 0.5$
 $(0.5 \times 6) + 2 = 5$
 $(5 - 1) / 4 = 1$
 $(1 - 1) / 4 = 0$

ALGORITMO 2:

Si es un número de a, multiplicar por 3 y dividir entre 4 el resultado. $3a/4$

Si es un número de b, restar 1 y dividir entre 4 el resultado. $(b-1)/4$

Si es un número de c, multiplicar por 6, sumar 1 y dividir entre 4. $(6c+1)/4$

El anterior ejemplo de la secuencia empezada con el número 51:

La secuencia obtenida: 51, 12.5, 19, 4.5, 7, 1.5, 2.5, 4, 3, 0.5, 1, 0.

Cálculos realizados:

$$(51 - 1) / 4 = 12.5$$

$$(12.5 \times 6 + 1) / 4 = 19$$

$$(19 - 1) / 4 = 4.5$$

$$(4.5 \times 6 + 1) / 4 = 7$$

$$(7 - 1) / 4 = 1.5$$

$$(1.5 \times 6 + 1) / 4 = 2.5$$

$$(2.5 \times 6 + 1) / 4 = 4$$

$$(4 \times 3) / 4 = 3$$

$$(3 - 1) / 4 = 0.5$$

$$(0.5 \times 6 + 1) / 4 = 1$$

$$(1 - 1) / 4 = 0$$

Comparación de las secuencias:

Algoritmo de Collatz: 51, 154, 77, 232, 116, 58, 29, 88, 44, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1 (25 elementos).

Primer algoritmo: 51, 12.5, 77, 19, 4.5, 29, 7, 1.5, 11, 2.5, 17, 4, 13, 3, 0.5, 5, 1, 0. (18 elementos).

Segundo algoritmo: 51, 12.5, 19, 4.5, 7, 1.5, 2.5, 4, 3, 0.5, 1, 0. (12 elementos).

Una secuencia formada con el algoritmo de Collatz:

27, 82, 41, 124, 62, 31, 94, 47, 142, 71, 214, 107, 322, 161, 484, 242, 121, 364, 182, 91, 274, 137, 412, 206, 103, 310, 155, 466, 233, 700, 350, 175, 526, 263, 790, 395, 1186, 593, 1780, 890, 445, 1336, 668, 334, 167, 502, 251, 754, 377, 1132, 566, 283, 850, 425, 1276, 638, 319, 958, 479, 1438, 719, 2158, 1079, 3238, 1619, 4858, 2429, 7288, 3644, 1822, 911, 2734, 1367, 4102, 2051, 6154, 3077, 9232, 4616, 2308, 1154, 577, 1732, 866, 433, 1300, 650, 325, 976, 488, 244, 122, 61, 184, 92, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. (112 elementos).

27, 6.5, 41, 10, 31, 7.5, 47, 11.5, 71, 17.5, 107, 26.5, 161, 40, 121, 30, 91, 22.5, 137, 34, 103, 25.5, 155, 38.5, 233, 58, 175, 43.5, 263, 65.5, 395, 98.5, 593, 148, 445, 111, 27.5, 167, 41.5, 251, 62.5, 377, 94, 283, 70.5, 425, 106, 319, 79.5, 479, 119.5, 719, 179.5, 1079, 269.5, 1619, 404.5, 2429, 607, 151.5, 911, 227.5, 1367, 341.5, 2051, 512.5, 3077, 769, 192, 577, 144, 433, 108, 325, 81, 20, 61, 15, 3.5, 23, 5.5, 35, 8.5, 53, 13, 3, 0.5, 5, 1, 0. (90 elementos).

27, 6.5, 10, 7.5, 11.5, 17.5, 26.5, 40, 30, 22.5, 34, 25.5, 38.5, 58, 43.5, 65.5, 98.5, 148, 111, 27.5, 41.5, 62.5, 94, 70.5, 106, 79.5, 119.5, 179.5, 269.5, 404.5, 607, 151.5, 227.5, 341.5, 512.5, 769, 192, 144, 108, 81, 20, 15, 3.5, 5.5, 8.5, 13, 3, 0.5, 1, 0. (50 elementos).

$$(-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}).$$
[illegible][illegible]

La representación de una secuencia formada con el primer algoritmo:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	...
2n-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	...
(n-1)/2	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5	18	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25	...
(n-3)/8		0				0.5				1					1.5				2					2.5			3			3.5			4			4.5			5			5.5			6	...						
(n-11)/32										0																0.5															1							...				
(n-43)/128																																															0			...		
...																																																	...			

$$\begin{aligned}
 (77 - 1) / 4 &= 19 \\
 (19 - 1) / 4 &= 4.5 \\
 (4.5 \times 6) + 2 &= 29 \\
 (29 - 1) / 4 &= 7 \\
 (7 - 1) / 4 &= 1.5 \\
 (1.5 \times 6) + 2 &= 11 \\
 (11 - 1) / 4 &= 2.5 \\
 (2.5 \times 6) + 2 &= 17 \\
 (17 - 1) / 4 &= 4 \\
 (4 \times 3) + 1 &= 13 \\
 (13 - 1) / 4 &= 3 \\
 (3 - 1) / 4 &= 0.5 \\
 (0.5 \times 6) + 2 &= 5 \\
 (5 - 1) / 4 &= 1 \\
 (1 - 1) / 4 &= 0
 \end{aligned}$$

La representación de una secuencia formada con el segundo algoritmo:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	...
2n-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	...
(n-1)/2	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5	18	18.5	19	19.5	20	20.5	21	21.5	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25	...
(n-3)/8			0			0.5				1				1.5				2				2.5				3			3.5			4			4.5			5			5.5			6	...							
(n-11)/32										0																0.5															1							...				
(n-43)/128																																												0					...			
...																																																	...			

$$\begin{aligned}
 (51 - 1) / 4 &= 12.5 \\
 (12.5 \times 6 + 1) / 4 &= 19 \\
 (19 - 1) / 4 &= 4.5 \\
 (4.5 \times 6 + 1) / 4 &= 7 \\
 (7 - 1) / 4 &= 1.5 \\
 (1.5 \times 6 + 1) / 4 &= 2.5 \\
 (2.5 \times 6 + 1) / 4 &= 4 \\
 (4 \times 3) / 4 &= 3 \\
 (3 - 1) / 4 &= 0.5 \\
 (0.5 \times 6 + 1) / 4 &= 1 \\
 (1 - 1) / 4 &= 0
 \end{aligned}$$