Secuencias Cíclicas Programadas
Tres ejemplos modulares, observaciones técnicas y el caso Collatz

Miguel Cerdá Bennassar

6 de Junio de 2025

Introducción

Las **Secuencias Cíclicas Programadas** (SCP) son una familia de secuencias numéricas generadas por funciones diseñadas específicamente para forzar la convergencia hacia un **ciclo final de dos términos**. Estas funciones iterativas se definen por la paridad del número y están asociadas a un grupo modular, determinado por la raíz digital de los términos que componen el ciclo.

Los grupos modulares considerados son:

- Grupo A: $\{1, 4, 7\}$
- Grupo B: $\{2, 5, 8\}$
- Grupo C: $\{3, 6, 9\}$

A continuación se presentan tres estudios de caso, uno por cada grupo, seguidos por una observación técnica sobre la posibilidad de múltiples funciones dentro de un mismo grupo y una relectura de la secuencia de Collatz en este contexto.

Ejemplo 1: Ciclo 7–4 (Grupo A)

Función generadora

$$f(n) = \begin{cases} 3n+1 & \text{si } n \text{ es par} \\ \dfrac{n+1}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

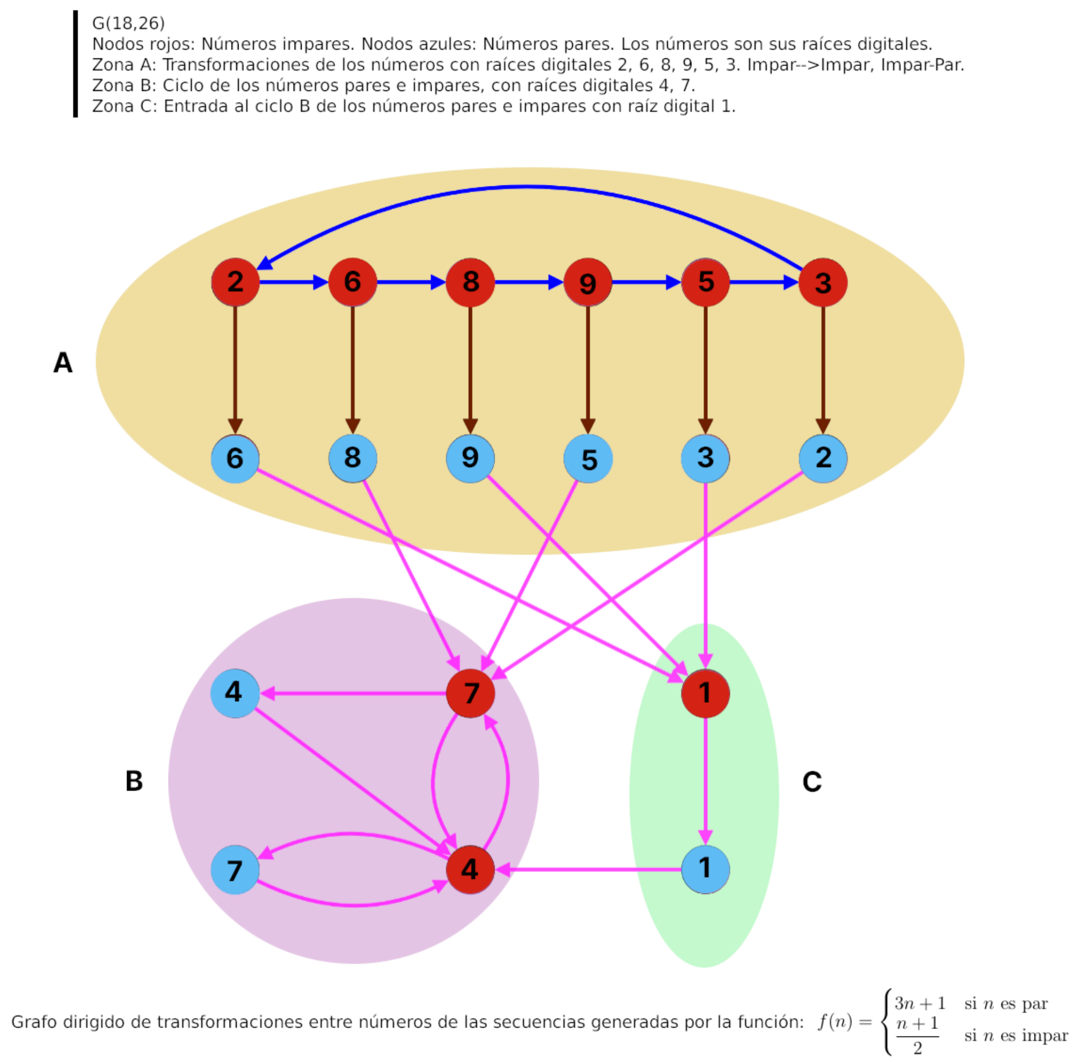

Figura 1: Grafo dirigido para una función que converge al ciclo 7–4 (grupo A).

- **Zona A (amarilla):** raíces digitales $\{2, 3, 5, 6, 8, 9\}$.
- **Zona B (lila):** ciclo con raíces $\{4, 7\}$.
- **Zona C (verde):** entrada mediante raíz digital 1.

Ejemplo 2: Ciclo 6–3 (Grupo C)

Función generadora

$$f(n) = \begin{cases} 3n+3 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \dfrac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

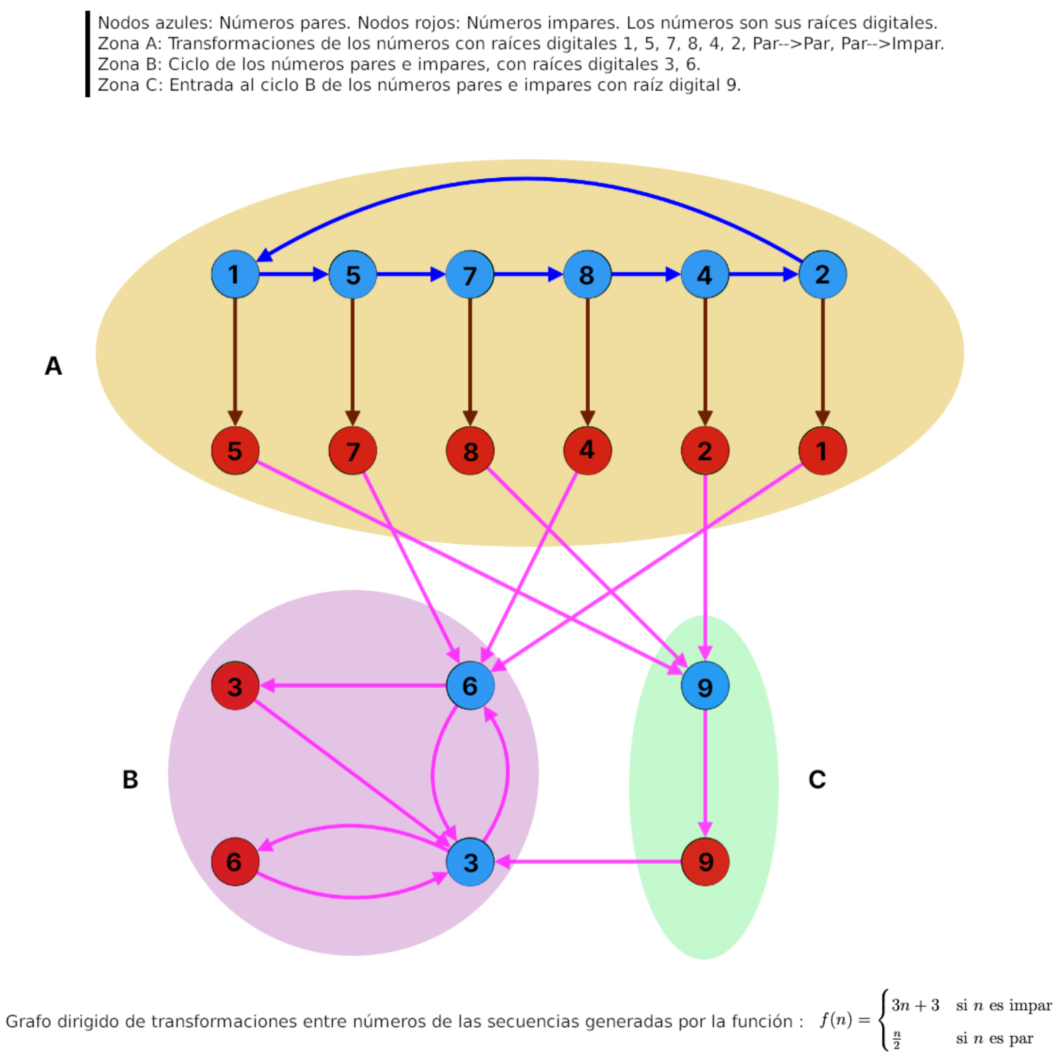

Figura 2: Grafo dirigido para una función que converge al ciclo 6–3 (grupo C).

- **Zona A (amarilla):** raíces digitales $\{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$.
- **Zona B (lila):** ciclo con raíces $\{3, 6\}$.
- **Zona C (verde):** entrada mediante raíz digital 9.

Ejemplo 3: Ciclo 8–5 (Grupo B)

Función generadora

$$f(n) = \begin{cases} 3n - 1 & \text{si } n \text{ es impar} \\ \dfrac{n}{2} + 1 & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$$

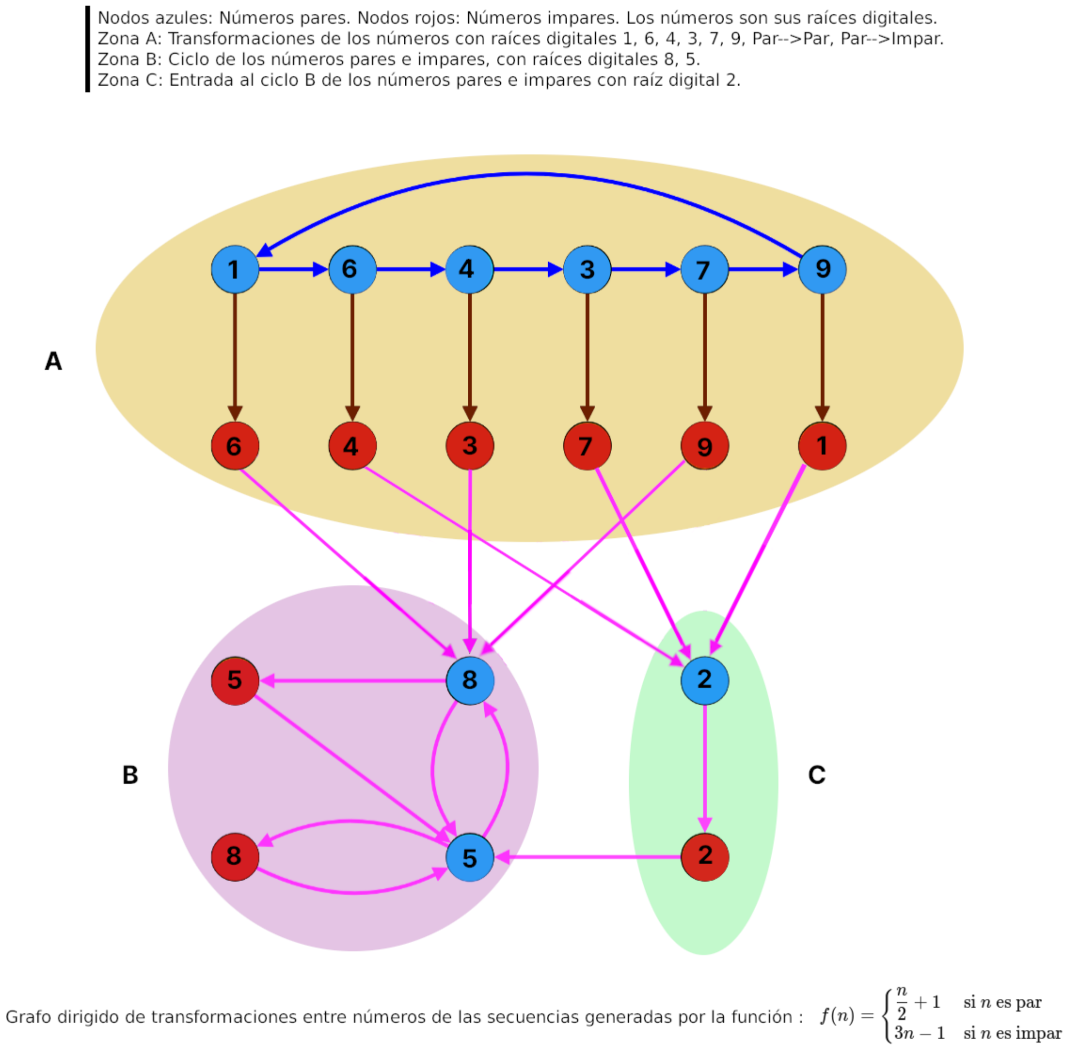

Figura 3: Grafo dirigido para una función que converge al ciclo 8–5 (grupo B).

- **Zona A (amarilla):** raíces digitales $\{1, 3, 4, 6, 7, 9\}$.
- **Zona B (lila):** ciclo con raíces $\{5, 8\}$.
- **Zona C (verde):** entrada mediante raíz digital 2.

Observación: múltiples funciones dentro de un mismo grupo modular

En el marco de las SCP, cada grupo modular permite definir múltiples funciones generadoras distintas, siempre que el ciclo final se mantenga dentro del mismo grupo. Esto significa que no existe una única función por grupo, sino que pueden construirse múltiples estrategias funcionales para alcanzar distintos ciclos deseados.

Ejemplo en el Grupo A: {1, 4, 7}

Pueden generarse ciclos como:

- $10 \to 4 \to 1 \to 10$
- $13 \to 7 \to 4 \to 13$
- $7 \to 1 \to 7$

Cada uno requiere una función distinta:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} - 1 & \text{si } n \text{es par} \\ 3n + 7 & \text{si } n \text{es impar} \end{cases} \qquad \text{(para 10–4–1)}$$

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} + 2 & \text{si } n \text{es par} \\ 3n + 4 & \text{si } n \text{es impar} \end{cases} \qquad \text{(para 13–7–4)}$$

Esto refuerza la idea de que el grupo modular define una regla de pertenencia para el ciclo, pero no restringe la libertad funcional para alcanzarlo.

Apéndice: Relectura de la secuencia de Collatz como SCP emergente

La secuencia de Collatz, tradicionalmente formulada como:

$$f(n) = \begin{cases} \dfrac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ 3n+1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$$

conduce al ciclo clásico:

$$4 \to 2 \to 1 \to 4 \to \cdots$$

No obstante, desde la óptica de las SCP, puede reinterpretarse como una secuencia que converge naturalmente a un ciclo más amplio:

$$10 \to 4 \to 1 \to 10$$

Este ciclo muestra:

- Estabilidad iterativa.
- Pertenencia al grupo A: $\mathrm{rd}(10) = 1$, $\mathrm{rd}(4) = 4$, $\mathrm{rd}(1) = 1$.
- Una dinámica que conecta con el clásico ciclo 4–2–1, pero estructuralmente más coherente con las SCP.

Por ello, puede considerarse una **SCP emergente**: no diseñada para converger a un ciclo fijo, pero que lo alcanza naturalmente, cumpliendo con las propiedades fundamentales del modelo SCP.