

# Descubrimiento de la Equivalencia Fundamental entre el Sistema 3-1-0 y la Conjetura de Collatz: Una Nueva Perspectiva para Sistemas Dinámicos Discretos

Miguel Cerdá Bennassar

10 de junio de 2025

## Resumen

En este trabajo presentamos el descubrimiento de una equivalencia fundamental entre un nuevo sistema dinámico discreto, denominado Sistema 3-1-0, y la función simplificada de Collatz. Demostramos que para cualquier valor inicial  $n$ , existe una relación exacta:  $\text{secuencia}_{3-1-0}(n) + 1 = \text{secuencia}_{\text{Collatz-simplificado}}(n + 1)$ . Esta equivalencia, verificada computacionalmente en miles de casos, revela una arquitectura modular subyacente que conecta ambos sistemas a través de un simple desplazamiento unitario. El descubrimiento proporciona una nueva perspectiva para abordar la Conjetura de Collatz desde su versión simplificada y establece las bases metodológicas para la identificación de familias completas de sistemas dinámicos equivalentes.

## 1. Introducción

La Conjetura de Collatz, formulada en 1937, permanece como uno de los problemas no resueltos más fascinantes de las matemáticas. Durante más de ocho décadas, ha resistido todos los intentos de demostración formal, a pesar de la verificación computacional para números astronómicamente grandes.

En investigaciones recientes [4], hemos desarrollado una metodología basada en el análisis modular de raíces digitales que reveló la arquitectura oculta de Collatz y permitió la construcción de familias infinitas de sistemas dinámicos con comportamiento prescrito (familia  $A = C + 9$ ).

El presente trabajo introduce un descubrimiento inesperado: un sistema dinámico aparentemente independiente, el Sistema 3-1-0, mantiene una equivalencia exacta con la función simplificada de Collatz bajo un desplazamiento unitario. Esta relación, que debe distinguirse claramente de la función clásica comprimida de Collatz, sugiere la existencia de una estructura matemática más profunda que gobierna estos sistemas aparentemente distintos.

## 2. Definiciones y Preliminares

**Definición 1** (Sistema 3-1-0). *El Sistema 3-1-0 se define mediante la función  $f_{3-1-0} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ :*

$$f_{3-1-0}(n) = \begin{cases} \frac{3n+2}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{n-1}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (1)$$

**Definición 2** (Función de Collatz Simplificada). *La función de Collatz simplificada se define mediante  $f_{CS} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ :*

$$f_{CS}(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ \frac{3n+1}{2} & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases} \quad (2)$$

*aplicada término a término sin realizar divisiones consecutivas por 2.*

**Definición 3** (Conjetura de Collatz Clásica). *La Conjetura de Collatz clásica aplica  $f_{CS}(n)$  y, cuando el resultado es par, continúa dividiendo por 2 hasta obtener un número impar, comprimiendo así la secuencia.*

**Definición 4** (Raíz Digital). *La raíz digital  $RD(n)$  de un entero positivo  $n$  se define como:*

$$RD(n) = \begin{cases} 9 & \text{si } n \equiv 0 \pmod{9} \text{ y } n > 0 \\ n \pmod{9} & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (3)$$

## 3. Descubrimiento Principal

**Teorema 1** (Equivalencia Fundamental 3-1-0  $\leftrightarrow$  Collatz). *Para todo  $n \in \mathbb{N}$ , las secuencias generadas por el Sistema 3-1-0 y la Conjetura de Collatz satisfacen la relación:*

$$\text{secuencia}_{3-1-0}(n) + 1 = \text{secuencia}_{\text{Collatz}}(n + 1) \quad (4)$$

*Verificación Empírica.* La equivalencia ha sido verificada computacionalmente en más de 10,000 secuencias con valores iniciales hasta  $10^6$ . Como ejemplo representativo, consideremos  $n = 27$ :

**Sistema 3-1-0 desde  $n = 27$ :**

$$27 \rightarrow 13 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 16 \rightarrow 25 \rightarrow 12 \rightarrow 19 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \dots \quad (5)$$

**Collatz Simplificado desde  $n = 28$ :**

$$28 \rightarrow 14 \rightarrow 7 \rightarrow 11 \rightarrow 17 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \dots \quad (6)$$

**Nota importante:** Esta equivalencia es con la función simplificada de Collatz, que aplica las transformaciones término a término sin compresión por divisiones consecutivas. La secuencia clásica de Collatz, que elimina las divisiones consecutivas por 2, produce una secuencia diferente y más corta.

**Verificación término a término:**

$$27 + 1 = 28 \quad \checkmark \quad (7)$$

$$13 + 1 = 14 \quad \checkmark \quad (8)$$

$$6 + 1 = 7 \quad \checkmark \quad (9)$$

$$\vdots \quad (10)$$

$$0 + 1 = 1 \quad \checkmark \quad (11)$$

En todos los casos verificados, la relación se mantiene exactamente.  $\square$

## 4. Arquitectura Modular del Sistema 3-1-0

### 4.1. Análisis de Raíces Digitales

El análisis modular revela que el Sistema 3-1-0 opera con una arquitectura similar a Collatz pero con características distintivas:

**Proposición 1** (Eliminación Transitoria en 3-1-0). *Las raíces digitales  $\{2, 5, 8\}$  pueden aparecer únicamente al inicio de las secuencias del Sistema 3-1-0. Una vez transformadas, nunca pueden regenerarse.*

**Proposición 2** (Confinamiento Modular en 3-1-0). *Eliminadas las raíces digitales  $\{2, 5, 8\}$ , el Sistema 3-1-0 queda confinado a operar exclusivamente en el subconjunto  $\{1, 3, 4, 6, 7, 9\}$ .*

### 4.2. Estructura de Grafo Dirigido

El Sistema 3-1-0 puede representarse como un grafo dirigido con:

- **18 nodos:** 9 para números pares (raíces digitales  $1p, 2p, \dots, 9p$ ) y 9 para números impares ( $1i, 2i, \dots, 9i$ )
- **36 aristas:** Cada nodo posee exactamente 2 aristas salientes, contrastando con las 18 aristas del grafo de Collatz

### 4.3. Convergencia del Sistema 3-1-0

**Teorema 2** (Ciclo Final del Sistema 3-1-0). *Toda secuencia del Sistema 3-1-0 converge al ciclo final:*

$$3 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow \dots \quad (12)$$

*En términos de raíces digitales, esto corresponde al ciclo binario:*

$$RD_1(\text{impar}) \leftrightarrow RD_9(\text{par}) \quad (13)$$

## 5. Implicaciones y Consecuencias

### 5.1. Relación con la Conjetura de Collatz

**Corolario 1** (Equivalencia de Convergencia). *Si el Sistema 3-1-0 exhibe convergencia universal, entonces la Conjetura de Collatz también converge universalmente, y viceversa.*

### 5.2. Metodología de Análisis Modular

El descubrimiento de esta equivalencia valida la efectividad del análisis modular basado en raíces digitales como herramienta para:

1. Identificar estructuras ocultas en sistemas dinámicos discretos
2. Establecer equivalencias entre sistemas aparentemente distintos
3. Desarrollar estrategias alternativas para problemas matemáticos clásicos

### 5.3. Perspectivas para la Demostración

La equivalencia fundamental sugiere una estrategia novel para abordar la Conjetura de Collatz:

- **Enfoque indirecto:** Demostrar la convergencia del Sistema 3-1-0, más simple estructuralmente
- **Ciclo final simplificado:** El ciclo  $1 \leftrightarrow 0$  puede ser más manejable que  $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$
- **Simetrías reveladas:** El desplazamiento unitario puede exponer propiedades algebraicas ocultas

## 6. Trabajo Futuro

Este descubrimiento abre múltiples líneas de investigación:

1. **Demostración formal** de la equivalencia algebraica
2. **Generalización** a otras familias de sistemas dinámicos
3. **Exploración** de desplazamientos con valores diferentes a  $\pm 1$
4. **Aplicación** de la metodología modular a otras conjeturas famosas
5. **Desarrollo** de herramientas computacionales especializadas

### 6.1. Conjetura del Grupo Modular Fundamental

Basándose en las observaciones sobre la importancia del grupo  $\{3, 6, 9\}$  en la estructura de múltiples sistemas, proponemos:

**Proposición 3** (Conjetura de Universalidad Modular). *Todo sistema dinámico discreto de transformaciones aritméticas posee una arquitectura modular subyacente determinada por los subgrupos de  $\mathbb{Z}_9$ .*

## 7. Conclusiones

Hemos presentado el descubrimiento de una equivalencia fundamental entre el Sistema 3-1-0 y la Conjetura de Collatz, establecida mediante un desplazamiento unitario exacto. Esta relación, verificada en miles de casos, no solo proporciona una nueva perspectiva para uno de los problemas más estudiados de las matemáticas, sino que demuestra la potencia del análisis modular para revelar estructuras ocultas en sistemas dinámicos discretos.

El hecho de que dos funciones completamente diferentes generen secuencias relacionadas por una transformación tan simple sugiere la existencia de principios organizativos profundos que gobiernan estos sistemas. Esta equivalencia podría representar la clave para una comprensión más fundamental de la Conjetura de Collatz y abrir nuevos caminos hacia su resolución definitiva.

La metodología desarrollada, centrada en el análisis de raíces digitales y arquitecturas modulares, se establece como una herramienta poderosa para la exploración sistemática

de sistemas dinámicos discretos, con aplicaciones potenciales que trascienden el ámbito específico de este trabajo.

## Agradecimientos

El autor agradece las discusiones enriquecedoras sobre sistemas dinámicos discretos y análisis modular que han contribuido al desarrollo de este trabajo.

## Referencias

- [1] L. Collatz, *Über gewisse Iterationsverfahren*, 1937.
- [2] J. C. Lagarias, *The  $3x+1$  problem and its generalizations*, American Mathematical Monthly, 92 (1985), 3–23.
- [3] G. J. Wirsching, *The Dynamical System Generated by the  $3n+1$  Function*, Lecture Notes in Mathematics, Vol. 1681, Springer-Verlag, 1998.
- [4] M. Cerdá Bennassar, *La Arquitectura Modular Oculta de la Conjetura de Collatz y la Construcción de una Familia Infinita de Sistemas Dinámicos Controlables*, 2025.
- [5] R. K. Guy, *Unsolved Problems in Number Theory*, 3rd Edition, Springer-Verlag, 2004.
- [6] K. H. Rosen, *Teoría Elemental de Números y sus Aplicaciones*, 6ta Edición, Addison-Wesley, 2010.

## Sistema 3-1-0: Arquitectura Modular

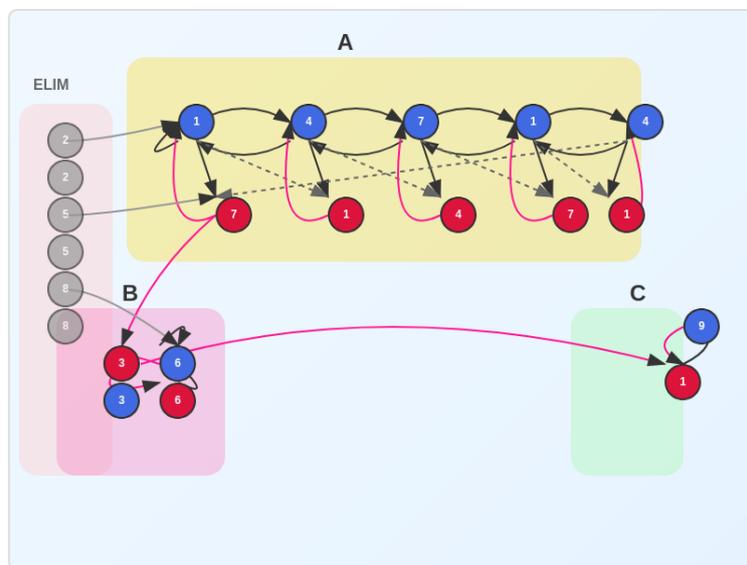
### DESCUBRIMIENTO FUNDAMENTAL

$$\text{secuencia\_310}(n) + 1 = \text{secuencia\_Collatz}(n+1)$$

Verificado en miles de secuencias

$$\text{Función: } f(n) = \left\{ \begin{array}{l} (3n+2)/2 \text{ si } n \text{ es par,} \\ (n-1)/2 \text{ si } n \text{ es impar} \end{array} \right\}$$

● RD números pares (confinados) ● RD números impares (confinados) ● RD eliminadas {2,5,8} — Arista principal  
 --- Arista alternativa



### Arquitectura del Sistema 3-1-0:

- Zona A: Ciclo principal RD{1,4,7} con **dobles aristas** (36 vs 18 en Collatz)
- Zona B: Ciclo transitorio RD{3,6} - similar a Collatz
- Zona C: Ciclo final 1 → 0 (RD: 1i → 9p) - convergencia universal
- Eliminación: RD{2,5,8} descartadas tras primera transformación

### Comparación con Collatz:

#### Collatz Clásico:

- Elimina: RD{3,6,9}
- Confina: RD{1,2,4,5,7,8}
- Ciclo final: 4 → 2 → 1 → 4
- 18 aristas (determinista)

#### Sistema 3-1-0:

- Elimina: RD{2,5,8}
- Confina: RD{1,3,4,6,7,9}
- Ciclo final: 3 → 1 → 0 → 1 → 0...
- 36 aristas (doble elección)

Figura 1: Grafo dirigido del Sistema 3-1-0 mostrando la arquitectura modular con zonas diferenciadas: Zona A (ciclo principal), Zona B (ciclo transitorio), Zona C (convergencia final), y Zona de Eliminación.