

El sistema de los semienteros: tramos, conectores y conjetura terminal

Miguel Cerdá Bennassar

Julio de 2026

Resumen

Se introduce un sistema dinámico definido sobre enteros y semienteros no negativos, dividido en tres clases de estados: pares, impares y semienteros propios. La función genera trayectorias que alternan tramos formados por iteraciones de la operación $(x-1)/4$ y conectores de dos tipos: pares y semienteros. El objetivo de este trabajo no es estudiar las órbitas número a número, sino describirlas como concatenaciones de tramos. Se formula la conjetura de que toda órbita positiva acaba entrando en el ciclo terminal $1 \rightarrow 0 \rightarrow 1$, y se inicia el estudio estructural de los tramos mediante el esquema general que los organiza.

1. La función

Sea

$$\mathcal{X} = \mathbb{N}_0 \cup \left(\mathbb{N}_0 + \frac{1}{2} \right)$$

el conjunto formado por los enteros no negativos y los semienteros no negativos.

Dividimos $\mathcal{X}$ en tres clases:

$$A = 2\mathbb{N}_0, \quad B = 2\mathbb{N}_0 + 1, \quad C = \mathbb{N}_0 + \frac{1}{2}.$$

Los elementos de A serán llamados *pares*, los elementos de B *impares*, y los elementos de C *semienteros propios*.

Definición 1.1 (Función de los semienteros). *Definimos $F : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{X}$ por*

$$F(x) = \begin{cases} 3x + 1, & x \in A, \\ \frac{x-1}{4}, & x \in B, \\ 6x + 2, & x \in C. \end{cases}$$

Observación 1.2. *El estado 0 no es absorbente. Como $0 \in A$ y $1 \in B$, se tiene*

$$0 \mapsto 1, \quad 1 \mapsto 0.$$

Por tanto, el sistema posee el ciclo terminal

$$1 \longrightarrow 0 \longrightarrow 1.$$

2. Conjetura terminal

Conjetura 2.1 (Conjetura terminal). *Para todo $x \in \mathcal{X}$, $x \geq 0$, la órbita positiva de x bajo F acaba entrando en el ciclo*

$$1 \longrightarrow 0 \longrightarrow 1.$$

Observación 2.2. *Esta conjetura no se abordará inicialmente mediante el estudio directo de los valores numéricos de las órbitas. El enfoque de este trabajo consiste en descomponer las trayectorias en tramos y estudiar el grafo formado por dichos tramos y sus conectores.*

3. Los tramos

La operación central del sistema es

$$R(x) = \frac{x-1}{4}.$$

Aplicada a un impar m mientras el resultado siga siendo impar, produce

$$R(m) = \frac{m-1}{4}, \quad R^2(m) = \frac{m-5}{16}, \quad R^3(m) = \frac{m-21}{64}, \quad R^4(m) = \frac{m-85}{256}, \quad \dots$$

Los términos constantes $1, 5, 21, 85, \dots$ satisfacen $q_{k+1} = 4q_k + 1$ con $q_1 = 1$, de donde $q_k = \frac{4^k - 1}{3}$. Por tanto

$$R^k(m) = \frac{m - q_k}{4^k} = \frac{m - \frac{4^k - 1}{3}}{4^k}.$$

Definición 3.1 (Tramo). *Un tramo es una cadena maximal de impares enlazados por $R(x) = (x-1)/4$: desde un impar cualquiera se desciende aplicando R mientras el resultado sea impar, y se asciende aplicando $x \mapsto 4x+1$. El descenso termina al alcanzar un estado que ya no es impar —un par o un semientero—.*

Ejemplo 3.2. *El impar 21 desciende*

$$21 \longrightarrow 5 \longrightarrow 1 \longrightarrow 0,$$

y el impar 53 desciende

$$53 \longrightarrow 13 \longrightarrow 3 \longrightarrow \frac{1}{2}.$$

El esquema general de los tramos se muestra en la Figura 1. En él aparecen, para los primeros impares positivos, todas las columnas generadas por la iteración de R .

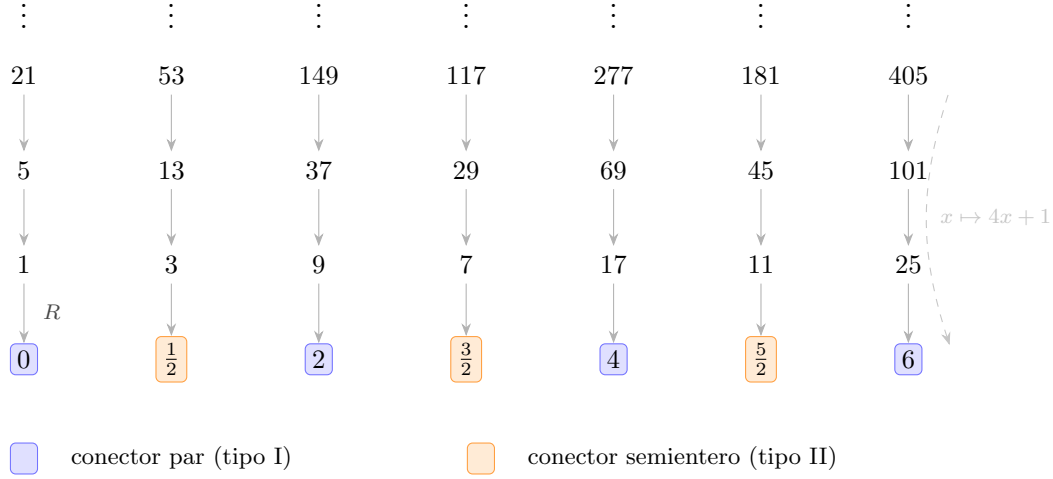


Figura 1: Esquema general de los tramos. Cada columna es un tramo: una cadena de impares enlazados por $R(x) = (x-1)/4$ (flechas hacia abajo) que desciende hasta su conector (caja inferior: azul si es par —tipo I—, naranja si es semientero —tipo II—). Hacia arriba cada tramo es infinito, vía $x \mapsto 4x+1$ ($\cdot$).

Observación 3.3. *Cada tramo es infinito hacia atrás: si a pertenece a un tramo, también $4a+1$, pues $R(4a+1) = a$. Iterando,*

$$\cdots \longrightarrow 64a+21 \longrightarrow 16a+5 \longrightarrow 4a+1 \longrightarrow a,$$

de modo que cada tramo contiene infinitos impares.

Proposición 3.4. *Sea a el último impar de un tramo (el que precede al conector). Los impares del tramo son*

$$a_n = 4^n a + \frac{4^n - 1}{3}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Demostración. Inducción a partir de $a_{n+1} = 4a_n + 1$. □

Observación 3.5 (El tramo y su recorrido). *Conviene distinguir el tramo como objeto estructural —la columna completa, infinita hacia atrás— del modo en que una órbita lo recorre. Cuando una órbita entra en un tramo lo hace por un único impar, su punto de entrada, y desde él desciende por R hasta el conector, sin visitar los infinitos impares que quedan por encima. Cada órbita atraviesa, por tanto, solo una cola finita de cada tramo, aunque el tramo en sí sea infinito.*

Definición 3.6 (Tramos de tipo I y II). *Un tramo es de tipo I si termina en un par, y de tipo II si termina en un semientero.*

Proposición 3.7. *El último impar de un tramo de tipo I es de la forma $8n+1$, y el de un tramo de tipo II es de la forma $4n+3$.*

Demostración. Sea x el último impar. Si el tramo es de tipo I, $R(x) = (x-1)/4 = 2n$ es par, luego $x = 8n+1$. Si es de tipo II, $R(x) = (x-1)/4 = n + \frac{1}{2}$ es semientero, luego $x = 4n+3$. □

Teorema 3.8 (Partición de los impares). *Todo impar no negativo pertenece a un único tramo; los tramos forman, por tanto, una partición de los impares no negativos.*

Demostración. Sea m impar. Aplicando R mientras el resultado sea impar, y como $0 \leq R(x) < x$ para $x > 1$, el descenso es estrictamente decreciente y termina en un único conector. Dos impares pertenecen al mismo tramo si y solo si alcanzan ese mismo conector; como R es una función, esta relación reparte los impares en clases disjuntas. $\square$

Observación 3.9. *A partir de aquí cada impar deja de considerarse aislado y pasa a entenderse como miembro de un único tramo; las órbitas se estudiarán como sucesiones de tramos enlazados por sus conectores.*

4. Conectores

Cada tramo termina en un estado que deja de ser impar. Dicho estado será llamado *conector* del tramo.

Definición 4.1 (Conector). *El último elemento de un tramo recibe el nombre de conector. Existen únicamente dos tipos de conectores:*

- *conectores pares;*
- *conectores semienteros.*

Los primeros proceden de un impar de la forma $4n+1$, mientras que los segundos proceden de un impar de la forma $4n+3$.

Denotaremos por

$$\mathcal{C} = A \cup C$$

al conjunto de todos los conectores.

Teorema 4.2 (Unicidad del tramo). *Cada conector está generado por un único tramo.*

Demostración. Sea c un conector.

Si c es par, el último impar del tramo es necesariamente

$$4c + 1.$$

Si c es un semientero, el último impar del tramo es también

$$4c + 1.$$

En ambos casos, aplicando sucesivamente la transformación inversa

$$x \longmapsto 4x + 1$$

se obtiene de forma única la sucesión

$$4c + 1, 16c + 5, 64c + 21, \dots$$

que constituye el tramo completo.

No existe ninguna otra sucesión distinta que termine en el mismo conector. $\square$

Observación 4.3. *Un tramo puede representarse de dos maneras equivalentes:*

1. *como una columna infinita de impares;*
2. *mediante su conector.*

En consecuencia, el estudio de los tramos puede reducirse al estudio de sus conectores.

Corolario 4.4. *Cada tramo posee un único conector, y cada conector está generado por un único tramo.*

5. El grafo de conectores

Por el Teorema de Partición, cada impar pertenece a un único tramo. En consecuencia, cada tramo queda identificado de manera unívoca por su conector.

Esto permite sustituir el estudio de las órbitas de números por el estudio de un grafo cuyos vértices son los conectores de los tramos.

Definición 5.1 (Grafo de conectores). *El grafo de conectores es el grafo dirigido cuyos vértices son los conectores de los tramos y cuya arista*

$$C_1 \longrightarrow C_2$$

indica que una órbita que termina un tramo en el conector C_1 continúa inmediatamente en el tramo identificado por el conector C_2 .

Observación 5.2. *El paso de las órbitas al grafo de conectores constituye un cambio de nivel en la descripción del sistema.*

Las órbitas recorren números individuales, mientras que el grafo describe únicamente cómo se enlazan los tramos entre sí.

Así, un tramo completo queda representado por un único vértice.

Observación 5.3. *El conector no codifica explícitamente la longitud ni el contenido del tramo. Sin embargo, determina de forma unívoca su predecesor impar inmediato y, por iteraciones sucesivas de la transformación inversa*

$$x \longmapsto 4x + 1,$$

permite reconstruir el tramo completo.

Recíprocamente, una vez aplicado el enlace definido por la función F , el nuevo conector identifica de manera unívoca el tramo siguiente.

Por tanto, el grafo de conectores no sustituye a los tramos, sino que constituye una representación comprimida y reversible de ellos.

5.1. Transiciones elementales

Una vez definidos los vértices del grafo, falta determinar las aristas que los enlazan. Dichas aristas quedan completamente determinadas por las tres reglas elementales de la función F .

Estado	Imagen mediante F
$2n + 1$	$\frac{n}{2}$
$2n$	$6n + 1$
$n + \frac{1}{2}$	$6n + 5$

Observación 5.4. *Las tres reglas anteriores generan tres sucesiones estrictamente crecientes. La primera regla transforma el conjunto de los impares en todo el espacio de estados*

$$\mathcal{X} = \mathbb{N}_0 \cup \left(\mathbb{N}_0 + \frac{1}{2} \right),$$

ya que produce indistintamente pares, impares y semienteros.

Las otras dos reglas envían los conectores al primer impar del tramo siguiente.

En particular, los conectores pares generan la sucesión

$$1, 7, 13, 19, 25, 31, \dots$$

mientras que los conectores semienteros generan

$$5, 11, 17, 23, 29, 35, \dots$$

No existen otras posibilidades.

Proposición 5.5. *Toda transición entre dos tramos consta exactamente de dos etapas:*

$$\text{conector} \longrightarrow \text{primer impar} \longrightarrow \text{conector siguiente}.$$

La primera etapa viene determinada por la función F . La segunda consiste en recorrer el nuevo tramo hasta su conector.

Demostración. Sea c un conector.

Si c es par, entonces

$$F(c) = 3c + 1,$$

que es impar.

Si c es un semientero, entonces

$$F(c) = 6c + 2,$$

que también es impar.

Por el Teorema de Partición, ese impar pertenece a un único tramo. Recorriendo dicho tramo mediante iteraciones sucesivas de $R(x) = (x - 1)/4$, se alcanza un único conector siguiente. $\square$

Corolario 5.6. *Todo conector posee un único sucesor en el grafo de conectores.*

Observación 5.7. *La dinámica del sistema deja de interpretarse como una sucesión de números individuales y pasa a describirse como una sucesión de tramos.*

Cada transición entre tramos está completamente determinada por el conector del tramo anterior.

Ejemplo 5.8. Consideremos el conector

$$c = 4.$$

Al aplicar la función F se obtiene

$$4 \mapsto 13.$$

El impar 13 pertenece al tramo

$$13 \longrightarrow 3 \longrightarrow \frac{1}{2}.$$

Por tanto, en el grafo de conectores existe la arista

$$4 \longrightarrow \frac{1}{2}.$$

De forma análoga,

$$\frac{5}{2} \longrightarrow 17 \longrightarrow 4,$$

por lo que también existe la arista

$$\frac{5}{2} \longrightarrow 4.$$

Estos ejemplos ilustran que cada arista del grafo se obtiene aplicando primero la función F al conector y recorriendo después el tramo hasta el conector siguiente.

Proposición 5.9. El punto de entrada de todo tramo, salvo quizá el inicial de la órbita, no es múltiplo de 3.

Demostración. Todo tramo posterior al inicial se alcanza aplicando F a un conector c , de modo que su punto de entrada es $F(c)$. Si c es par, $F(c) = 3c + 1 \equiv 1 \pmod{3}$; si $c = n + \frac{1}{2}$ es semientero, $F(c) = 6n + 5 \equiv 2 \pmod{3}$. En ambos casos el punto de entrada no es múltiplo de 3. $\square$

Observación 5.10. Esto no impide que aparezcan múltiplos de 3 en el interior de un tramo. Por ejemplo,

$$75 \longrightarrow \frac{37}{2} \longrightarrow 113 \longrightarrow 28 \longrightarrow 85 \longrightarrow 21 \longrightarrow 5 \longrightarrow 1 \longrightarrow 0,$$

donde 21 es múltiplo de 3, pero aparece como elemento interno del tramo

$$85 \longrightarrow 21 \longrightarrow 5 \longrightarrow 1 \longrightarrow 0.$$

5.2. La aplicación inducida sobre los conectores

Hasta este punto, el sucesor de un conector se obtiene de forma implícita: se aplica la función F , se recorre el tramo correspondiente y se alcanza el conector siguiente.

En esta sección se demuestra que dicho recorrido puede sustituirse por una aplicación directa definida sobre el conjunto de los conectores.

Definición 5.11 (Aplicación inducida). *Sea y un conector.*

Llamaremos aplicación inducida sobre los conectores a la aplicación que asocia a y el conector del tramo siguiente.

La denotaremos por

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}.$$

Observación 5.12. *La definición anterior es puramente dinámica.*

Para obtener $G(y)$ basta aplicar la función F al conector y y recorrer el tramo obtenido hasta alcanzar su conector terminal.

La existencia y unicidad de $G(y)$ se deducen inmediatamente del Corolario que afirma que todo conector posee un único sucesor en el grafo.

Teorema 5.13 (Expresión explícita de la aplicación G). *Sea y un conector. Definimos*

$$w = \text{od}(3F(y) + 1),$$

donde $\text{od}(n)$ denota la parte impar de n .

Entonces el conector siguiente viene dado por

$$G(y) = \begin{cases} \frac{w-1}{3}, & w \equiv 1 \pmod{6}, \\ \frac{w-2}{6}, & w \equiv 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

En particular, el recorrido completo del tramo queda sustituido por una única aplicación sobre el conector inicial.

Demostración. Sea $u = F(y)$ el punto de entrada del tramo siguiente y sea a su último impar. En cada paso interno $x \mapsto R(x)$ se tiene

$$3R(x) + 1 = 3 \cdot \frac{x-1}{4} + 1 = \frac{3x+1}{4},$$

luego $\text{od}(3x+1)$ no cambia al descender por el tramo; por tanto

$$w = \text{od}(3u+1) = \text{od}(3a+1).$$

El conector $c = G(y)$ cumple $R(a) = c$, es decir $a = 4c + 1$, de donde

$$F(c) = \begin{cases} 3c+1 = \frac{3a+1}{4}, & c \in A, \\ 6c+2 = \frac{3a+1}{2}, & c \in C, \end{cases}$$

y en ambos casos $F(c)$ es impar e igual a $\text{od}(3a+1) = w$. Ahora bien, si c es par entonces $w = F(c) = 3c+1 \equiv 1 \pmod{6}$, y si c es semientero entonces $w = F(c) = 6c+2 \equiv 5 \pmod{6}$. Despejando c en cada caso,

$$G(y) = c = \begin{cases} \frac{w-1}{3}, & w \equiv 1 \pmod{6}, \\ \frac{w-2}{6}, & w \equiv 5 \pmod{6}, \end{cases}$$

como queríamos demostrar. □

Observación 5.14. *La aplicación inducida G transforma el estudio dinámico del sistema.*

Hasta ahora, el sucesor de un conector se obtenía recorriendo el tramo intermedio hasta alcanzar su conector terminal.

La existencia de una expresión directa para G elimina dicho recorrido. En consecuencia, la dinámica completa del sistema puede estudiarse exclusivamente sobre el conjunto de los conectores.

Los tramos dejan de intervenir como objetos dinámicos y pasan a desempeñar un papel puramente estructural.

6. Dinámica del grafo de conectores

La aplicación inducida G permite estudiar la evolución de las órbitas directamente sobre el conjunto de los conectores.

En consecuencia, el problema dinámico original queda reducido al estudio de la iteración de la aplicación

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}.$$

A partir de este punto, las trayectorias del sistema serán consideradas como órbitas de G sobre el grafo de conectores.

Proposición 6.1. *La aplicación inducida*

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$$

está bien definida.

Definición 6.2 (Órbita de un conector). *Sea $c \in \mathcal{C}$.*

La sucesión

$$c, G(c), G^2(c), \dots$$

se denomina la órbita del conector c .

Proposición 6.3 (Ciclo terminal en el grafo de conectores). *El conector 0 es un punto fijo de la aplicación inducida G :*

$$G(0) = 0.$$

Demostración. Como 0 es un conector par, se tiene

$$F(0) = 1.$$

El impar 1 pertenece al tramo

$$1 \longrightarrow 0.$$

Por tanto, el conector siguiente de 0 vuelve a ser 0, es decir,

$$G(0) = 0.$$

□

6.1. Las fibras de la aplicación inducida

Definimos

$$\varphi : \mathcal{C} \longrightarrow B, \quad \varphi(c) = F(c),$$

que asigna a cada conector el punto de entrada del tramo siguiente:

$$\varphi(c) = \begin{cases} 3c + 1, & c \in A, \\ 6c + 2, & c \in C. \end{cases}$$

Como $3c + 1 \equiv 1 \pmod{3}$ y $6c + 2 \equiv 2 \pmod{3}$, la imagen de φ es exactamente

$$B' = \{a \text{ impar} : 3 \nmid a\},$$

y φ es una *biyección* de $\mathcal{C}$ sobre B' : los conectores pares se corresponden con los impares $\equiv 1 \pmod{6}$, y los semienteros con los $\equiv 5 \pmod{6}$. Su inversa es

$$\varphi^{-1}(a) = \begin{cases} \frac{a-1}{3}, & a \equiv 1 \pmod{6}, \\ \frac{a-2}{6}, & a \equiv 5 \pmod{6}. \end{cases}$$

Teorema 6.4 (Estructura de las fibras de G). *Sea $c \in \mathcal{C}$ y sea*

$$b = \varphi(c).$$

Definimos

$$\varepsilon = \begin{cases} 2, & b \equiv 1 \pmod{3}, \\ 1, & b \equiv 2 \pmod{3}, \end{cases}$$

y

$$a_0 = \frac{2^\varepsilon b - 1}{3}.$$

Entonces los impares a que pueden producir preimágenes de c son

$$a_m = 4^m a_0 + \frac{4^m - 1}{3}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

La fibra de c viene dada por

$$G^{-1}(c) = \{\varphi^{-1}(a_m) : m \geq 0, 3 \nmid a_m\}.$$

En particular, cada fibra de G es infinita.

Demostración. Sea $y \in \mathcal{C}$ y sea

$$a = \varphi(y) = F(y).$$

Por el Teorema de expresión explícita de G , la condición $G(y) = c$ equivale a que

$$\text{od}(3a + 1) = \varphi(c) = b.$$

Por tanto, existe un entero $k \geq 1$ tal que

$$3a + 1 = 2^k b.$$

Equivalente:

$$a = \frac{2^k b - 1}{3}.$$

Para que a sea entero debe cumplirse

$$2^k b \equiv 1 \pmod{3}.$$

Si $b \equiv 1 \pmod{3}$, esto obliga a k par; si $b \equiv 2 \pmod{3}$, obliga a k impar. Por tanto,

$$k = \varepsilon + 2m, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

con ε definido como en el enunciado.

Así,

$$a_m = \frac{2^{\varepsilon+2m} b - 1}{3}.$$

Como $2^{2m} = 4^m$, obtenemos

$$a_m = 4^m \frac{2^\varepsilon b - 1}{3} + \frac{4^m - 1}{3} = 4^m a_0 + \frac{4^m - 1}{3}.$$

Ahora bien, no todo a_m produce un conector anterior. Para que exista $y \in \mathcal{C}$ con $\varphi(y) = a_m$, el impar a_m no puede ser múltiplo de 3. Si $3 \nmid a_m$, entonces $a_m \equiv 1$ o $5 \pmod{6}$, y existe un único conector

$$y = \varphi^{-1}(a_m).$$

Por construcción,

$$\text{od}(3a_m + 1) = b,$$

luego

$$G(y) = c.$$

Recíprocamente, si $G(y) = c$, el impar $a = \varphi(y)$ debe satisfacer

$$3a + 1 = 2^k b$$

para algún k , y por el argumento anterior aparece necesariamente entre los a_m . Además, como $a = \varphi(y)$, no es múltiplo de 3.

Por tanto,

$$G^{-1}(c) = \{\varphi^{-1}(a_m) : m \geq 0, 3 \nmid a_m\}.$$

Finalmente, la sucesión a_m es infinita y, bajo la recurrencia

$$a_{m+1} = 4a_m + 1,$$

los residuos módulo 3 avanzan como

$$a_{m+1} \equiv a_m + 1 \pmod{3}.$$

Por tanto, se descarta uno de cada tres términos y quedan infinitos valores con $3 \nmid a_m$. Luego cada fibra es infinita. $\square$

Observación 6.5. *El ciclo terminal*

$$1 \longrightarrow 0 \longrightarrow 1$$

del sistema original queda representado en el grafo de conectores por el punto fijo

$$0 \longrightarrow 0.$$

Así, la conjetura terminal puede reformularse como una afirmación sobre la iteración de G : toda órbita de conectores debería alcanzar finalmente el vértice 0.

6.2. Tabla inicial de fibras $G^{-1}(c)$

La tabla siguiente muestra, para los primeros conectores c , el valor $b = \varphi(c)$ y las primeras cinco preimágenes y tales que $G(y) = c$.

c	$b = \varphi(c)$	primeras cinco preimágenes $G^{-1}(c)$
0	1	$0, \frac{1}{2}, 28, \frac{113}{2}, 1820, \dots$
$\frac{1}{2}$	5	$4, \frac{17}{2}, 284, \frac{1137}{2}, 18204, \dots$
2	7	$12, \frac{49}{2}, 796, \frac{3185}{2}, 50972, \dots$
$\frac{3}{2}$	11	$2, \frac{9}{2}, 156, \frac{625}{2}, 10012, \dots$
4	13	$\frac{5}{2}, 92, \frac{369}{2}, 5916, \frac{23665}{2}, \dots$
$\frac{5}{2}$	17	$\frac{3}{2}, 60, \frac{241}{2}, 3868, \frac{15473}{2}, \dots$
6	19	$8, \frac{33}{2}, 540, \frac{2161}{2}, 34588, \dots$
$\frac{7}{2}$	23	$20, \frac{81}{2}, 1308, \frac{5233}{2}, 83740, \dots$
8	25	$44, \frac{177}{2}, 2844, \frac{11377}{2}, 182044, \dots$
$\frac{9}{2}$	29	$6, \frac{25}{2}, 412, \frac{1649}{2}, 26396, \dots$
10	31	$\frac{13}{2}, 220, \frac{881}{2}, 14108, \frac{56433}{2}, \dots$

7. Perspectiva dinámica

En este trabajo se ha introducido un sistema dinámico definido sobre enteros y semienteros no negativos cuya evolución puede describirse mediante una descomposición natural en tramos.

Se ha demostrado que los tramos forman una partición del conjunto de los impares, que cada tramo queda determinado de manera unívoca por su conector y que las órbitas del sistema pueden sustituirse por una dinámica inducida sobre el conjunto de los conectores.

La aplicación inducida

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$$

proporciona una descripción directa de dicha dinámica y permite prescindir del recorrido explícito de los tramos.

Además, se ha obtenido una descripción explícita de las fibras de G , lo que pone de manifiesto la estructura aritmética interna del grafo de conectores.

En consecuencia, el estudio dinámico del sistema queda reducido al análisis de la iteración de la aplicación G .

8. Conjetura final

Los resultados obtenidos muestran que toda la información dinámica del sistema queda concentrada en la aplicación inducida

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}.$$

El ciclo terminal

$$1 \longrightarrow 0 \longrightarrow 1$$

del sistema original corresponde al punto fijo

$$0 \longrightarrow 0$$

del grafo de conectores.

Ello conduce naturalmente a la siguiente conjetura.

Conjetura 8.1 (Conjetura del grafo de conectores). *Toda órbita de la aplicación inducida*

$$G : \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$$

alcanza finalmente el punto fijo

0.

Equivalentemente, toda órbita del sistema de los semienteros entra finalmente en el ciclo terminal

$$1 \longrightarrow 0 \longrightarrow 1.$$

Relación con otros sistemas

El sistema de los semienteros se ha desarrollado en este trabajo de manera autónoma, a partir de sus propias definiciones de tramos, conectores y aplicación inducida.

Sin embargo, la dinámica inducida sobre los conectores coincide con una aceleración clásica ampliamente estudiada en la literatura. En consecuencia, la conjetura terminal formulada en este artículo es equivalente a un conocido problema abierto.

El interés del presente enfoque no reside en resolver dicho problema, sino en proporcionar una descripción estructural basada en tramos y conectores, que conduce de forma natural a la aplicación inducida G .