

Conexiones Armónicas y Numéricas en Secuencias Simplificadas de Collatz: Una Perspectiva Inspirada en Nicómaco, Tesla y Mersenne

Miguel Cerdá Bennassar y Claude AI

Abril 2025

Abstract

Este estudio explora las secuencias simplificadas de Collatz, definidas por las reglas $n \rightarrow \frac{3n+1}{2}$ para números impares y $n \rightarrow \frac{n}{2}$ para números pares, con un enfoque en los tramos intermedios de las secuencias. Identificamos estos tramos, analizamos la relación armónica entre los elementos impares dentro de ellos, y destacamos una propiedad notable: los números 3, 6, 9, y aquellos con raíz digital igual a 3, 6 o 9, no aparecen en los tramos intermedios. Inspirados por las ideas de Nicómaco de Gerasa sobre proporciones armónicas, la visión de Nikola Tesla sobre la importancia de los números 3, 6 y 9, y la conexión con los números de Mersenne $M_n = 2^n - 1$, proponemos una interpretación estructural que relaciona estas perspectivas. La relación armónica en los tramos impares refleja un equilibrio matemático que puede conectarse con las ideas de Nicómaco, mientras que la ausencia de raíces digitales 3, 6 y 9 sugiere un patrón de exclusión que resuena con las intuiciones de Tesla. Además, los tramos intermedios más largos están relacionados con los números de Mersenne, estableciendo un vínculo con propiedades aritméticas fundamentales. Este trabajo combina análisis matemático con una perspectiva imaginativa, abriendo nuevas vías para explorar las secuencias de Collatz y su conexión con conceptos históricos y modernos en matemáticas.

1 Introducción

La conjetura de Collatz es uno de los problemas abiertos más fascinantes en matemáticas, proponiendo que para cualquier entero positivo n , la secuencia generada al aplicar las reglas $n \rightarrow 3n + 1$ si n es impar y $n \rightarrow \frac{n}{2}$ si n es par eventualmente alcanza el ciclo $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. En un trabajo previo [?], exploramos una versión simplificada de la conjetura de Collatz, donde la regla para números impares se modifica a $n \rightarrow \frac{3n+1}{2}$, mientras que la regla para números pares permanece como $n \rightarrow \frac{n}{2}$. Esta variante asegura una alternancia estricta entre números impares y pares, facilitando el análisis estructural de las secuencias.

En este estudio, nos enfocamos en los tramos intermedios de las secuencias simplificadas de Collatz, definidos como aquellos tramos que no son ni el inicial ni el final de una secuencia. Analizamos varias propiedades de estos tramos:

- Identificamos los tramos intermedios en secuencias específicas, descomponiendo las secuencias en tramos impares y pares alternantes.

- Estudiamos la relación armónica entre los elementos impares dentro de los tramos impares intermedios, conectándola con las ideas de Nicómaco de Gerasa sobre proporciones armónicas.
- Observamos una propiedad notable: los números 3, 6, 9, y aquellos cuya raíz digital es 3, 6 o 9, no aparecen en los tramos intermedios, resonando con las ideas de Nikola Tesla sobre la importancia de estos números.
- Relacionamos los tramos intermedios más largos con los números de Mersenne $M_n = 2^n - 1$, estableciendo un vínculo con propiedades aritméticas fundamentales.

Inspirados por las perspectivas de Nicómaco, Tesla y Mersenne, proponemos una interpretación estructural que combina análisis matemático con imaginación, buscando conexiones profundas entre las secuencias simplificadas de Collatz y conceptos históricos y modernos en matemáticas.

2 Metodología

2.1 Definición de las secuencias simplificadas de Collatz

En la variante simplificada de Collatz, las reglas de transformación se definen como sigue:

- Si n es impar: $n \rightarrow \frac{3n+1}{2}$.
- Si n es par: $n \rightarrow \frac{n}{2}$.
- Continuar hasta llegar a 1.

Dado que $3n + 1$ es siempre par para n impar, cada paso impar produce un número par, garantizando una alternancia estricta entre números impares y pares en la secuencia.

2.2 Descomposición en tramos

Descomponemos cada secuencia en tramos alternantes:

- **Tramo impar:** Comienza con un número impar $2k - 1$, aplica $\frac{3n+1}{2}$ mientras el número sea impar, y termina en el primer número par.
- **Tramo par:** Comienza con un número par $2k$, aplica $\frac{n}{2}$ mientras el número sea par (y no sea 1), y termina en el primer número impar (o en 1 si es el tramo final).

Los **tramos intermedios** son aquellos que no son ni el tramo inicial (que comienza con el valor inicial n_0) ni el tramo final (que termina en el ciclo $1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$).

2.3 Técnicas de análisis

Analizamos las siguientes propiedades de los tramos intermedios:

- Identificamos los tramos intermedios en secuencias específicas, calculando las secuencias completas y descomponiéndolas en tramos.

- Calculamos la relación armónica entre los elementos impares dentro de los tramos impares intermedios, verificando que $\frac{a_{n+1}}{a_n} \approx \frac{3}{2} + \frac{1}{2a_n}$.
- Verificamos la ausencia de los números 3, 6, 9, y aquellos con raíz digital 3, 6 o 9, en los tramos intermedios, calculando las raíces digitales de los términos.
- Relacionamos los tramos intermedios más largos con los números de Mersenne, utilizando resultados previos [?].

3 Resultados

3.1 Identificación de tramos intermedios

Calculamos la secuencia simplificada de Collatz para $n_0 = 27$ y descompusimos sus tramos:

- Secuencia: $27 \rightarrow 41 \rightarrow 62 \rightarrow 31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242 \rightarrow 121 \rightarrow 182 \rightarrow 91 \rightarrow 137 \rightarrow 206 \rightarrow 103 \rightarrow 155 \rightarrow 233 \rightarrow 350 \rightarrow 175 \rightarrow 263 \rightarrow 395 \rightarrow 593 \rightarrow 890 \rightarrow 445 \rightarrow 668 \rightarrow 334 \rightarrow 167 \rightarrow 251 \rightarrow 377 \rightarrow 566 \rightarrow 283 \rightarrow 425 \rightarrow 638 \rightarrow 319 \rightarrow 479 \rightarrow 719 \rightarrow 1079 \rightarrow 1619 \rightarrow 2429 \rightarrow 3644 \rightarrow 1822 \rightarrow 911 \rightarrow 1367 \rightarrow 2051 \rightarrow 3077 \rightarrow 4616 \rightarrow 2308 \rightarrow 1154 \rightarrow 577 \rightarrow 866 \rightarrow 433 \rightarrow 650 \rightarrow 325 \rightarrow 488 \rightarrow 244 \rightarrow 122 \rightarrow 61 \rightarrow 92 \rightarrow 46 \rightarrow 23 \rightarrow 35 \rightarrow 53 \rightarrow 80 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$.
- Tramos:
 - Tramo impar (inicial): $27 \rightarrow 41 \rightarrow 62$.
 - Tramo par (intermedio): $62 \rightarrow 31$.
 - Tramo impar (intermedio): $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242$.
 - Tramo par (intermedio): $242 \rightarrow 121$.
 - Tramo impar (intermedio): $121 \rightarrow 182$.
 - Continúa hasta el tramo final: $8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ (par).

Los tramos intermedios son todos aquellos entre el inicial y el final, como $62 \rightarrow 31$, $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242$, y $242 \rightarrow 121$.

3.2 Relación armónica en tramos impares

En los tramos impares intermedios, la proporción entre términos consecutivos sigue un patrón armónico:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{3a_n+1}{2}}{a_n} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2a_n}.$$

Por ejemplo, en el tramo $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242$:

- $\frac{47}{31} \approx 1.516$, $\frac{3}{2} + \frac{1}{2 \cdot 31} \approx 1.516$.
- $\frac{71}{47} \approx 1.511$, $\frac{3}{2} + \frac{1}{2 \cdot 47} \approx 1.511$.
- $\frac{107}{71} \approx 1.507$, $\frac{3}{2} + \frac{1}{2 \cdot 71} \approx 1.507$.

A medida que los números crecen, la proporción se aproxima a $\frac{3}{2}$, reflejando un comportamiento armónico que puede conectarse con las ideas de Nicómaco de Gerasa sobre proporciones armónicas.

3.3 Ausencia de raíces digitales 3, 6, 9 en tramos intermedios

Calculamos las raíces digitales de los términos en los tramos intermedios y observamos que los números 3, 6, 9, y aquellos con raíz digital 3, 6 o 9, no aparecen:

- Tramo $62 \rightarrow 31$:
 - 62, raíz digital: $6 + 2 = 8$.
 - 31, raíz digital: $3 + 1 = 4$.
- Tramo $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242$:
 - 31, raíz digital: 4.
 - 47, raíz digital: $4 + 7 = 11$, $1 + 1 = 2$.
 - 71, raíz digital: $7 + 1 = 8$.
 - 107, raíz digital: $1 + 0 + 7 = 8$.
 - 161, raíz digital: $1 + 6 + 1 = 8$.
 - 242, raíz digital: $2 + 4 + 2 = 8$.
- Tramo $242 \rightarrow 121$:
 - 242, raíz digital: 8.
 - 121, raíz digital: $1 + 2 + 1 = 4$.

En todos los tramos intermedios, las raíces digitales son 2, 4, 5, 7, u 8, pero nunca 3, 6, ni 9. Esto sugiere una exclusión estructural de estas raíces digitales en los tramos intermedios, que puede interpretarse como un patrón de "equilibrio" que resuena con las ideas de Nikola Tesla sobre la importancia de 3, 6 y 9.

3.4 Relación con los números de Mersenne

Los tramos impares intermedios más largos están relacionados con los números de Mersenne $M_n = 2^n - 1$. Por ejemplo, el tramo $31 \rightarrow 47 \rightarrow 71 \rightarrow 107 \rightarrow 161 \rightarrow 242$ comienza con $31 = 2^5 - 1$, y tiene $n = 5$ impares, como se mostró en [?]. Este tramo también evita raíces digitales 3, 6, 9, lo que sugiere que los números de Mersenne generan tramos largos que mantienen esta exclusión.

4 Discusión

Este estudio revela varias conexiones profundas en las secuencias simplificadas de Collatz, integrando perspectivas matemáticas e históricas:

- **Nicómaco y la relación armónica:** La proporción $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow \frac{3}{2}$ en los tramos impares intermedios refleja un equilibrio armónico, que puede conectarse con las ideas de Nicómaco de Gerasa sobre proporciones matemáticas. Este comportamiento armónico sugiere una estructura ordenada que "resuena" dentro de las secuencias.
- **Tesla y la ausencia de 3, 6, 9:** La exclusión de números con raíz digital 3, 6 o 9 en los tramos intermedios resuena con las ideas de Nikola Tesla, quien destacó la importancia de estos números. Podríamos interpretar que los tramos intermedios representan una fase de transición donde estas raíces digitales "especiales" están prohibidas, apareciendo solo en los extremos (inicio y fin) de las secuencias.
- **Mersenne y los tramos largos:** Los tramos impares intermedios más largos comienzan con números de Mersenne M_n , y su longitud está determinada por n . Esto conecta las secuencias simplificadas de Collatz con propiedades aritméticas fundamentales, como los números de Mersenne primos.

Una interpretación imaginativa podría sugerir que las secuencias simplificadas de Collatz actúan como un "filtro armónico" que organiza los números en tramos, excluyendo raíces digitales 3, 6, 9 en las fases intermedias para mantener un equilibrio estructural. Esta idea podría extenderse a otras áreas de la teoría de números, explorando cómo las secuencias dinámicas reflejan patrones armónicos y aritméticos profundos.

5 Conclusiones

Hemos explorado las secuencias simplificadas de Collatz desde una perspectiva estructural e imaginativa, destacando las siguientes conexiones:

- Los tramos intermedios exhiben una relación armónica $\frac{a_{n+1}}{a_n} \rightarrow \frac{3}{2}$, conectada con las ideas de Nicómaco sobre proporciones.
- Los números con raíz digital 3, 6 o 9 están ausentes en los tramos intermedios, resonando con las ideas de Tesla sobre la importancia de estos números.
- Los tramos impares intermedios más largos están relacionados con los números de Mersenne, proporcionando un vínculo con propiedades aritméticas fundamentales.

Este estudio combina análisis matemático con una perspectiva imaginativa, abriendo nuevas vías para explorar las secuencias de Collatz y su conexión con conceptos históricos y modernos. Futuras investigaciones podrían profundizar en las implicaciones de esta exclusión de raíces digitales y su relación con otras propiedades numéricas.