Lógica Imaginaria Collatz I

Definición y reglamento de un juego para dos jugadores

Miguel Cerdá Bennassar

Octubre de 2026

Resumen

Se presenta un juego para dos participantes basado en una caja imaginaria que contiene una colección ordenada de triángulos numéricos. Cada jugada consiste en extraer una fila completa y colocarla sobre la mesa. Se establecen únicamente la definición del material, la mecánica de los turnos, las condiciones de comienzo, la victoria, la partida nula y las normas de juego limpio.

1. La caja imaginaria

La caja contiene los triángulos canónicos $T(a)$, cuyos vértices son los enteros no negativos tales que

$$a \equiv 0 \text{ o } 4 \pmod 6.$$

Así aparecen $T(0), T(4), T(6), T(10), T(12), T(16), \ldots$. Cada triángulo contiene infinitas filas ordenadas. En el escenario del juego, todas las filas están previamente construidas y perfectamente identificadas: cada entero positivo pertenece a una sola fila de un solo triángulo.

2. Construcción de las filas

Para un vértice admisible a y un índice $r \geq 1$, la fila r de $T(a)$ comienza en

$$x_0 = 2^r(a+1) - 1.$$

Sus elementos siguientes se obtienen mediante

$$x_{j+1} = \frac{3x_j + 1}{2} \qquad (0 \leq j < r).$$

La fila completa es $(x_0, x_1, \ldots, x_r)$ y su último elemento es el par

$$x_r = 3^r(a+1) - 1.$$

Este último elemento recibe el nombre de *par terminal*. Para $r = 0$ se admite la fila de un solo elemento (a) cuando $a > 0$, cuyo elemento es también par terminal. El vértice 0 es un elemento formal de la organización y no se utiliza como número de juego.

Por ejemplo, una fila de $T(0)$ es $(3, 5, 8)$; otra, de $T(4)$, es $(19, 29, 44)$; y una fila de $T(12)$ es $(51, 77, 116)$.

Una fila constituye una **pieza indivisible**: no puede extraerse parcialmente aunque el número que la localiza ocupe una posición intermedia.

3. Jugadores y preparación

Participan dos jugadores, que intervienen por turnos alternos. Antes de comenzar acuerdan quién realiza la primera jugada y fijan un número inicial impar positivo, sometido a las restricciones de la sección siguiente. Ambos comprueban su validez antes de aceptar el comienzo.

La mesa está vacía y todas las filas se encuentran inicialmente en la caja.

4. Restricciones del número inicial

El número inicial debe ser un impar positivo n tal que

$$n \neq 1, \qquad e(R(n)) \neq 2^h \quad \text{para todo } h \geq 1,$$

donde $R(n)$ es la fila que contiene n y $e(R(n))$ su par terminal. Así se excluyen tanto la fila del 1 como los comienzos cuyo tramo desemboca directamente en una potencia de 2. Si la propuesta incumple alguna condición, se elige otro número sin consumir turno. Estas restricciones se aplican *solo al comienzo*; no alteran las jugadas posteriores.

5. Primera jugada

El primer jugador localiza la única fila que contiene el número inicial, extrae *toda* la fila de la caja y la coloca, íntegra y ordenada, sobre la mesa. El par terminal de esa fila determina la jugada siguiente.

6. Jugadas sucesivas

En su turno, cada jugador realiza exactamente estas operaciones:

1. Lee el par terminal e de la última fila colocada.
2. Divide e sucesivamente entre 2 hasta obtener un impar m; es decir, escribe $e = 2^k m$ con m impar.
3. Localiza la única fila que contiene m.
4. Retira esa fila completa de la caja y la coloca sobre la mesa, sin modificar sus elementos ni su orden.

Los turnos se alternan mientras no se alcance una condición de finalización. El número m puede encontrarse en cualquier posición de su fila.

7. Permanencia y unicidad

Las filas colocadas permanecen sobre la mesa hasta el final de la partida. No se permite devolverlas a la caja, fragmentarlas, alterar sus números ni sustituirlas. Si la fila determinada para una nueva jugada ya está sobre la mesa, se aplica la regla de partida nula por repetición del apartado siguiente. Un mismo triángulo sí puede aportar filas diferentes en distintos turnos.

8. Victoria y partida nula

a) **Victoria.** Gana el jugador que coloca la fila que contiene el número 1. La partida concluye inmediatamente.

b) **Partida nula por límite.** Si se han colocado **200 filas completas** y ninguna contiene el número 1, la partida termina sin ganador.

c) **Partida nula por repetición.** Si la fila que corresponde a la jugada siguiente ya está sobre la mesa, la partida termina sin ganador y sin colocar una nueva fila.

La fila número 200 es una jugada válida y puede otorgar la victoria. El límite se cuenta por *filas*, no por elementos de las filas ni por iteraciones aritméticas. La partida nula por alcanzar el límite de 200 filas es una convención reglamentaria: no afirma nada acerca de lo que sucedería si se continuase jugando más allá de ese límite.

9. Juego limpio

a) Los dos jugadores verifican el número inicial antes de empezar.

b) Una vez aceptado el comienzo, ninguna fila puede escogerse por conveniencia: la fila de cada turno queda determinada por las reglas.

c) Está prohibido omitir elementos, mostrar solo una parte de una fila, alterar su orden o esconder una fila ya colocada.

d) Conocer anticipadamente una secuencia de jugadas no constituye por sí mismo una infracción. Sí lo constituye incumplir deliberadamente las restricciones o manipular el material del juego.

e) En caso de discrepancia aritmética, se comprueba la fila y el par terminal antes de proseguir.

10. Registro opcional

Los jugadores pueden anotar, para cada turno, el nombre del jugador, el número impar que localiza la fila, el vértice a, el índice r, la fila completa y su par terminal. Este registro es auxiliar y no modifica el desarrollo de la partida.

Fin del reglamento. No se formulan conclusiones matemáticas sobre las partidas.