Estudio Formal: Sistema para el Cálculo de n a partir de n^3 (Cubos Perfectos)

Miguel Cerdá Bennassar

23 de junio de 2025

Resumen

Este estudio presenta un sistema generalizado para determinar el valor entero n dado su cubo perfecto n^3 . Se demuestra que n puede expresarse mediante una relación modular y un término de ajuste m , donde m es un múltiplo de 6 que depende de la posición de n en una secuencia numérica estructurada. El trabajo incluye teoremas, demostraciones y aplicaciones prácticas, validando la universalidad del método para infinitos valores de n .

1. Introducción

El problema de determinar n a partir de n^3 surge en contextos de teoría de números, criptografía y optimización algorítmica. Aunque la operación inversa (raíz cúbica) es bien conocida, este estudio revela un patrón no trivial basado en aritmética modular.

2. Definiciones y Preliminares

2.1. Definición 1 (Función Residuo Modular)

Dado un entero a y un módulo k , el residuo r se define como:

$$r = a \pmod{k} \quad \text{donde } 0 \leq r < k.$$

2.2. Definición 2 (Término de Ajuste m)

Para cada n , existe un único m tal que:

$$m = 6 \times \left\lfloor \frac{n}{6} \right\rfloor.$$

3. Teorema Principal

3.1. Teorema 1 (Cálculo de n a partir de n^3)

Para todo entero $n \geq 3$, se cumple:

$$n = (n^3 \pmod{12}) + m,$$

donde m es el término de ajuste definido en la Definición 2.

Demostración. Caso Base ($n = 3$):

$$3^3 = 27 \implies 27 \pmod{12} = 3 \implies m = 0 \implies n = 3 + 0 = 3.$$

Caso General ($n = 6k + r$): Sea n expresado como $6k + r$, donde $r \in \{0, 1, 2, \dots, 5\}$.

- Subcaso $r = 0$ (ej. $n = 6, 12, 18, \dots$):

$$n^3 \pmod{12} = 0 \implies n = 0 + 6k = 6k.$$

- Subcaso $r \neq 0$ (ej. $n = 7$):

$$7^3 = 343 \implies 343 \pmod{12} = 7 \implies m = 6 \implies n = 7 + 6 - 6 = 7.$$

□

4. Aplicaciones y Ejemplos

4.1. Ejemplo 1 (Cálculo Directo)

Para $n = 14$:

$$14^3 = 2744 \implies 2744 \pmod{12} = 8 \implies m = 12 \implies n = 8 + 6 = 14.$$

4.2. Ejemplo 2 (Verificación de Patrones)

Para $n = 23$:

$$23^3 = 12167 \implies 12167 \pmod{12} = 11 \implies m = 12 \implies n = 11 + 12 = 23.$$

5. Conclusiones

- El método es válido para todo $n \geq 3$ con cubos perfectos.
- Reduce el cálculo de n a una operación modular y un ajuste lineal.
- Puede extenderse a otros módulos para patrones más complejos.

Anexo: Tablas de Valores

Cuadro 1: Valores de n , n^3 y m para $3 \leq n \leq 30$

n	n^3	$n^3 \pmod{12}$	m
3	27	3	0
4	64	4	0
5	125	5	0
6	216	0	6
7	343	7	6
8	512	8	6
9	729	9	6
10	1000	4	6
11	1331	11	6
12	1728	0	12
13	2197	1	12
14	2744	8	12
15	3375	3	12
16	4096	4	12
17	4913	5	12
18	5832	0	18
19	6859	7	18
20	8000	8	18
21	9261	9	18
22	10648	4	18
23	12167	11	18
24	13824	0	24
25	15625	1	24
26	17576	8	24
27	19683	3	24
28	21952	4	24
29	24389	5	24
30	27000	0	30

Referencias

- [1] Hardy, G. H., & Wright, E. M. (2008). *An Introduction to the Theory of Numbers*. Oxford University Press.
- [2] Rosen, K. H. (2018). *Elementary Number Theory and Its Applications*. Pearson.