

OPCIONES DE REPARTO DE (C) ENTRE (A) Y (B)

Miguel Cerdá Bennassar – Febrero 2023

Resumen

La finalidad de este argumento es repartir un número natural (c) entre (a) y (b), conocer el número de opciones (n) únicas para hacerlo y calcular los valores de (a) y de (b). Evidentemente (c) también es el resultado de la suma de (a) y de (b), pero tenemos que verlo como una consecuencia del reparto, no como un fin.

CONJUNTO FINITO

Reparto o distribución de C, un número natural par ≥ 2 , entre A y B en sus N opciones posibles y únicas para hacerlo.

Las opciones (n) $N\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, (c-2)/2\}$ $|N|=c/2$

Los valores de (a) $A\{(c/2)-n, (c/2)-n, \dots, 1\} \mid A=c/2$

Los valores de $(b)B\{(c/2)+n, (c/2)+n, \dots, (c-1)\} \mid B=c/2$

El valor de (c) $C\{c, c, c, \dots, c\}$ $|C|=c/2$

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+n = b-n = c/2$ $a+2n = b = (c+2n)/2$

La congruencia $a \equiv b \equiv c/2 \pmod{n}$ $a \equiv b \equiv (c-1) \equiv 1 \pmod{2}$

Si (c) es un número par, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n).

La diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Desarrollo ilustrativo de C=36

[illegible]

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Reparto o distribución de C, un número natural impar ≥ 3 , entre A y B en sus N opciones posibles y únicas para hacerlo.

Las opciones (n) $N\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots, (c-3)/2\} |N|=(c-1)/2$

Los valores de (a) $A\{(c-2n-1)/2, \dots, 1\} |A|=(c-1)/2$

Los valores de (b) $B\{(c+2n+1)/2, \dots, (c-1)\} |B|=(c-1)/2$

El valor de (c) $C\{c, c, c, \dots, c\} |C|=(c-1)/2$

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+n = b-n-1 = (c-1)/2 \quad a+2n+1=b=(c+2n+1)/2$

La congruencia $a \equiv (b-1) \equiv (c-1)/2 \pmod{n} \quad a \equiv (b-1) \equiv (c-1)/2 \equiv 1 \pmod{2}$

Si (c) es un número impar, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n) más 1.

La diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Desarrollo ilustrativo de C=39

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
a	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
b	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
c	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39	39

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades

CONJUNTO INFINITO

Continuando los valores (n), las opciones de (a) son el cero y los números enteros negativos y se forma otro conjunto infinito, porque las (n) opciones son infinitas.

Para (c) par:

n	0	1	...	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
a	8	7	...	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	...
b	8	9	...	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	...
c	16	16	...	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	...

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Las opciones (n) $N\{c/2, (c+2)/2, (c+4)/2, \dots\}$

Los valores de (a) $A\{0, -1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$

Los valores de (b) $B\{c, c+1, c+2, c+3, \dots\}$

El valor de (c) $C\{c, c, c, c, \dots, c\}$

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+n = b-n = c/2$

La congruencia $b \equiv c/2 \pmod{n}$

Para (c) impar:

n	0	1	...	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
a	13	12	...	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	...
b	14	15	...	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	...
c	27	27	...	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	...

Todas las (n) opciones son ciertas porque todos sus elementos cumplen la congruencia y las tres igualdades.

Las opciones (n) $N\{(c-1)/2, (c+1)/2, (c+3)/2, \dots\}$

Los valores de (a) $A\{0, -1, -2, -3, -4, -5, \dots\}$

Los valores de (b) $B\{c, c+1, c+2, \dots\}$

El valor de (c) $C\{c, c, c, \dots, c\}$

Todos los elementos cumplen:

La igualdad $a+2n+1 = b = (c+2n+1)/2$

La congruencia $(b-1) \equiv (c-1)/2 \pmod{n}$

Cualquier número natural (c) se puede repartir entre (a) y (b) con no más de (c/2) opciones posibles si (c) es un número par, o con no más de (c-1)/2 opciones posibles si (c) es un número impar. Sin embargo, el mismo número se puede representar en infinitas opciones (n) como diferencia de dos números enteros.

ALGUNOS REPARTOS

1) Un cuadrado puede expresarse como la suma de dos cuadrados.

En el reparto o descomposición del número natural par c(100) entre (a) y (b) también números naturales, tenemos c/2 opciones de hacerlo, de n(0) hasta n(49).

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...	48	49
a	50	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	36	35	34	...	2	1
b	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	...	98	99
c	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	...	100	100

Todas las (n) opciones son ciertas porque cumplen la congruencia y las igualdades necesarias.

En la opción n(14), los tres términos son segundas potencias, a(36), b(64) y c(100), y se cumple la triple igualdad y también la congruencia.

c = un número par $c^2 = ((c^2+4)/4)^2 - ((c^2-4)/4)^2$ donde $c = c^2$, $a = a^2$ y $b = b^2$
 $b = (c^2-4)/4$
 $c = (c^2+4)/4$

a = un número impar $c^2 = ((c^2+1)/2)^2 - ((c^2-1)/2)^2$
 $b = (c^2-1)/2$
 $c = (c^2+1)/2$

2) En el conjunto infinito, el cuadrado de cualquier número natural ≥ 3 , puede ser la diferencia de dos cuadrados.

$(z^2 = -x^2 + y^2)$. donde $c = z^2$, $a = x^2$ y $b = y^2$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	...
a	8	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	...
b	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
c	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	...

3) Un cubo se puede expresar como suma de tres cuadrados.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	...	28	29	30	31	32	33	34	...	91	92	93	94	95	...
a	30	29	28	27	26	25	24	23	...	2	1	0	-1	-2	-3	-4	...	-61	-62	-63	-64	-65	...
b	31	32	33	34	35	36	37	38	...	59	60	61	62	63	64	65	...	122	123	124	125	126	...
c	61	61	61	61	61	61	61	61	...	61	61	61	61	61	61	61	...	61	61	61	61	61	...

$$25 + 36 + 64 = 125$$

4) Un cubo no puede expresarse como la suma de dos cubos.

En otro ejemplo de reparto o descomposición del número natural impar $c(729)$ entre (a) y (b) también números naturales, tenemos $(c-3)/2$ opciones de hacerlo, de $n(0)$ hasta $n(363)$.

n	0	1	2	3	4	5		147	148		358	359	360	361	362	363
a	364	363	362	361	360	359		217	216		6	5	4	3	2	1
b	365	366	367	368	369	370		512	513		723	724	725	726	727	728

Todas las (n) opciones son ciertas porque cumplen la congruencia y las igualdades necesarias.

En la opción $n(147)$, $a(217)$ y $b(512)$ y en la opción $n(148)$, $a(216)$ y $b(513)$.

En ambas opciones, siendo $c(729)$ una tercera potencia, solamente uno de los dos términos (a) ó (b) es también una tercera potencia.

[illegible]

6) En el conjunto finito, la diferencia de dos cuadrados consecutivos, $a^2 - (a-1)^2 = 2a-1$
 $a = (a^2 - (a-1)^2 + 1)/2$, donde $c = a^2$, $b = (a-1)^2$ y $a = 2a-1$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
a	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	
b	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
c	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	49	

Y en el conjunto infinito, donde $c = -a^2+b^2$, $b = b^2$ y $a = a^2$

n	0	1	2	...	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	...
a	6	5	4	...	-25	-26	-27	-28	-29	-30	-31	-32	-33	-34	-35	-36	-37	...
b	7	8	9	...	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	...
c	13	13	13	...	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	...

7) Con términos de ambos conjuntos, cualquier número impar mayor que 5 puede expresarse como suma de tres números primos.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito).

Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
a	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	-13	
b	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
c	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	

$2 + 2 + 1 = 5$, $2 + 2 + 3 = 7$, $3 + 7 + 7 = 17$, $3 + 7 + 13 = 23$, $7 + 11 + 13 = 31$,

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
a	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10	-11	-12	
b	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
c	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	

$$3 + 3 + 1 = 7, \quad 3 + 3 + 3 = 9, \quad 3 + 3 + 5 = 11, \quad 3 + 5 + 11 = 19, \quad 5 + 11 + 11 = 27, \dots$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
a	7	6	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	
b	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
c	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	

$$7 + 7 + 3 = 17, \quad 7 + 7 + 5 = 19, \quad 3 + 11 + 3 = 17, \quad 3 + 11 + 5 = 19, \quad 3 + 11 + 7 = 21, \dots$$

8) Cualquier número par y mayor que 2 se puede expresar como suma de dos números primos.

Cualquier número par y mayor que 2 se puede expresar de manera infinita como diferencia de dos números primos en el conjunto infinito.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
a	12	11	10	9	8	7	6	5	4	...	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	...
b	12	13	14	15	16	17	18	19	20	...	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	...
c	24	24	24	24	24	24	24	24	24	...	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	...

9) Cualquier número primo ≥ 7 puede ser expresado como la suma de tres números primos.

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	...
a	12	11	10	9	8	7	6	5	4	...	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	...
b	12	13	14	15	16	17	18	19	20	...	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	...
c	24	24	24	24	24	24	24	24	24	...	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	...

$$11 + 13 + 5 = 29, \quad 7 + 17 + 5 = 29, \quad 7 + 17 + 7 = 31, \quad 11 + 13 + 7 = 31$$

10) Todo número impar se puede poner como suma de una potencia de dos y un número primo.

Todo número impar se puede poner de manera infinita como diferencia de una potencia de dos y un número primo, en el conjunto infinito.

Un número primo puede expresarse como la suma de otro número primo y un múltiplo de 2:

(suma de los dos términos del conjunto finito con (a) del conjunto infinito). Consideraremos que (a) del conjunto infinito son números enteros positivos.

n	0	1	...	12	13	14	...	45	46	47	...	57	58	59	...	177	178	179	...	561	562	...
a	50	49	...	38	37	36	...	5	4	3	...	-7	-8	-9	...	-127	-128	-129	...	-511	-512	...
b	51	52	...	63	64	65	...	96	97	98	...	108	109	110	...	228	229	230	...	612	613	...
c	101	101	...	101	101	101	...	101	101	101	...	101	101	101	...	101	101	101	...	101	101	...

$$37 + 72 = 109, \quad 37 + 192 = 229, \quad 97 + 12 = 109, \quad 97 + 132 = 229 \dots$$

11) Un número primo p es expresable como suma de dos cuadrados si y sólo si $p = 2$ ó $p \equiv 1 \pmod{4}$.

Un número primo p es expresable como suma de dos cuadrados a y b si $a \equiv b-1 \equiv (p-1)/2 \pmod{p}$.

Un número primo p es expresable como diferencia de dos cuadrados.

0	1	2	3	4	5	6	7	...	28	29	30	31	32	33	34	...	91	92	93	94	95	...
30	29	28	27	26	25	24	23	...	2	1	0	-1	-2	-3	-4	...	-61	-62	-63	-64	-65	...
31	32	33	34	35	36	37	38	...	59	60	61	62	63	64	65	...	122	123	124	125	126	...
61	61	61	61	61	61	61	61	...	61	61	61	61	61	61	61	...	61	61	61	61	61	...

En cada opción (n), $a \equiv b \pmod{n}$ y $\pmod{2}$
 $2a \equiv c \pmod{n}$ y $\pmod{2}$
 $2b \equiv c \pmod{n}$ y $\pmod{2}$

Si (c) es un número par, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n).

Si (c) = z^2 , (a) = x^2 y (b) = y^2 , resulta que $y^2 - x^2 = y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2$.

Si (c) es un número impar, la diferencia entre cualquier número de (a) y cualquier número de (b), es igual a la suma de sus valores de (n) más 1:

Si (c) = z^2 , (a) = x^2 y (b) = y^2 , resulta que $y^2 - x^2 = y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2 + 1$.

En ambos casos, la diferencia de dos números, los dos de (a) o los dos de (b), es igual a la diferencia de sus valores de (n).

Si (c) = z^2 , (a) = x^2 y (b) = y^2 , resulta que $X^2 - x^2 = x^2 - (X^2/2) + (X^2/2) - x^2$,
 $Y^2 - y^2 = y^2 - (Y^2/2) + (Y^2/2) - y^2$

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es menor que (c) y le sumamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si $x^2 + y^2 < z^2$ par, entonces $x^2 + y^2 + (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2) = z^2$

Si $x^2 + y^2 < z^2$ impar, entonces $x^2 + y^2 + (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2 + 1) = z^2$

Si la suma de dos números cualesquiera (a) y (b) es mayor que (c) y le restamos la diferencia de sus valores de (n), entonces resulta igual a (c).

Si $x^2 + y^2 > z^2$ par, entonces $x^2 + y^2 - (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2) = z^2$

Si $x^2 + y^2 > z^2$ impar, entonces $x^2 + y^2 - (y^2 - (z^2/2) + (z^2/2) - x^2 + 1) = z^2$

Para que la suma de dos cubos (a) y (b) sea igual a otro cubo (c), hay que restar o sumar los valores de (n).