

# Estudio 2: Tramos inversos simplificados de Collatz

Dosena

Abril 2025

## 1 Introducción

La secuencia inversa simplificada de Collatz, definida por  $n_{i+1} = \frac{2n_i - 1}{3}$  (si  $2n_i - 1$  es divisible por 3), retrocede desde un número par hasta un término inicial impar. Este estudio examina su estructura, relación con tramos directos, y propiedades matemáticas, usando ejemplos para revelar patrones.

## 2 Estructura

Desde un par  $n_0$ :

$$n_{i+1} = \frac{2n_i - 1}{3}$$

**Ejemplo:**  $n_0 = 2186$ :

[2186, 1457, 971, 647, 431, 287, 191, 127]

- Longitud: 8 términos. - Paridad: 1 par, 7 impares.

## 3 Relación con tramos directos

Desde el último término inverso (127):

$$n_{i+1} = \frac{3n_i + 1}{2}$$

[127, 191, 287, 431, 647, 971, 1457, 2186]

La inversa es el directo en orden inverso:

$$n_i \rightarrow \frac{3n_i + 1}{2} \quad \text{y} \quad n_{i+1} \rightarrow \frac{2n_{i+1} - 1}{3}$$

**Ejemplo:**  $n_0 = 14762$ :

Inversa: [14762, 9841]

Directa desde 9841 : [9841, 14762]

## 4 Propiedades

- **Longitud:** Depende de  $n_0$ . Para  $n_0 = 3^m - 1$ :

$$n_1 = \frac{2(3^m - 1) - 1}{3} = \frac{2 \cdot 3^m - 3}{3} = \frac{2 \cdot 3^m}{3} - 1 = \frac{2 \cdot 3^{m+1}}{3^2} - 1$$

Generaliza para  $m$  pasos si  $n_0$  sigue el patrón.

- **Paridad:**

$$n_i \text{ par} \implies 2n_i - 1 \text{ impar} \implies \frac{2n_i - 1}{3} \text{ impar}$$

Solo el inicial es par.

- **Patron:** Números  $n_0 = 3^m - 1$  generan tramos largos; otros (como 14762) son cortos.

## 5 Limitaciones

La longitud inversa es impredecible sin calcular explícitamente. Verificar tramos largos requiere manejar números grandes, similar a los directos.

## 6 Conclusión

Los tramos inversos son el reflejo de los directos, con estructuras que dependen de  $n_0$ . Su estudio revela patrones (como  $3^m - 1$ ) y complementa el control de longitud directa, enriqueciendo la comprensión de Collatz.